

知識ゼロから始める制御工学

1. 導入編



目次

- 本講義の目的
- 制御工学とは？
 - 身近な“制御”の例
 - 制御工学の基本的な考え方
 - “システム”としての制御対象のとらえ方
 - 制御理論の分類
- まとめ



本講義の目的

- 本講義は以下のような人向け
 - 制御工学でどんなことをしているのか、教養程度にざっくり知りたい
 - これから制御工学を学ぶので、前提知識として知っておきたい
- 知識ゼロといいつつ、高校レベルの数学・物理の知識は使います。。。 (使うタイミングで都度復習しつつやっていく予定)



制御工学とは？

制御工学 = ものを **“制御”** することを考える学問

狙い通りに動かすこと

- 狙いはなにか？
 - どう動かせば達成できるか？
- ということを考える

身近な“制御”の例

自動車の運転

狙い: 道路に沿って運転する

操作: ハンドル、アクセル、ブレーキ



エアコンの温度調節

狙い: 室温を設定温度に保つ

操作: 温風、冷風

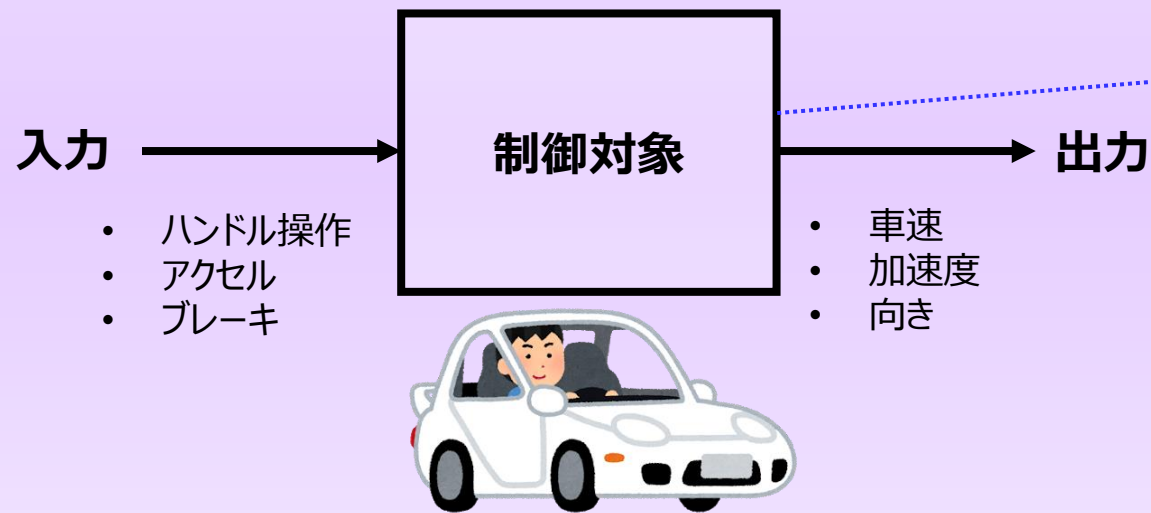


制御工学とは？

制御工学の基本的な考え方

■ “システム” としての制御対象のとりえ方

制御したいもの（制御対象）を、下記のように図式化して考える



制御対象のふるまいを**微分方程式**で記述することで、
入力～出力の繋がりを表現する

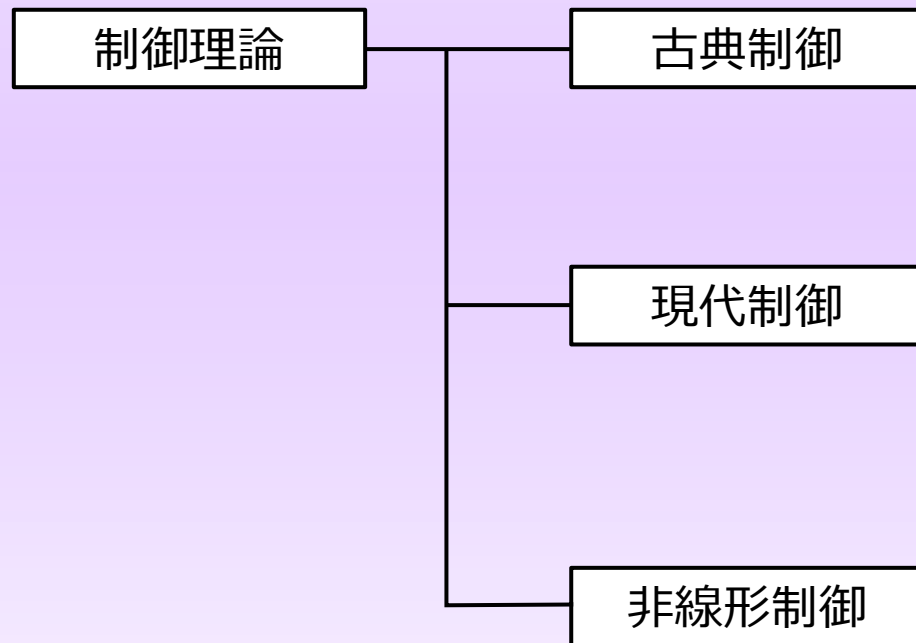
基本的に、制御工学では **“狙いの出力となるような入力を決める”** ことを考える



制御工学とは？

制御工学の基本的な考え方

- 制御理論の分類 … アプローチの仕方によって、下記のように大別される



伝達関数を用いて制御対象を表現する

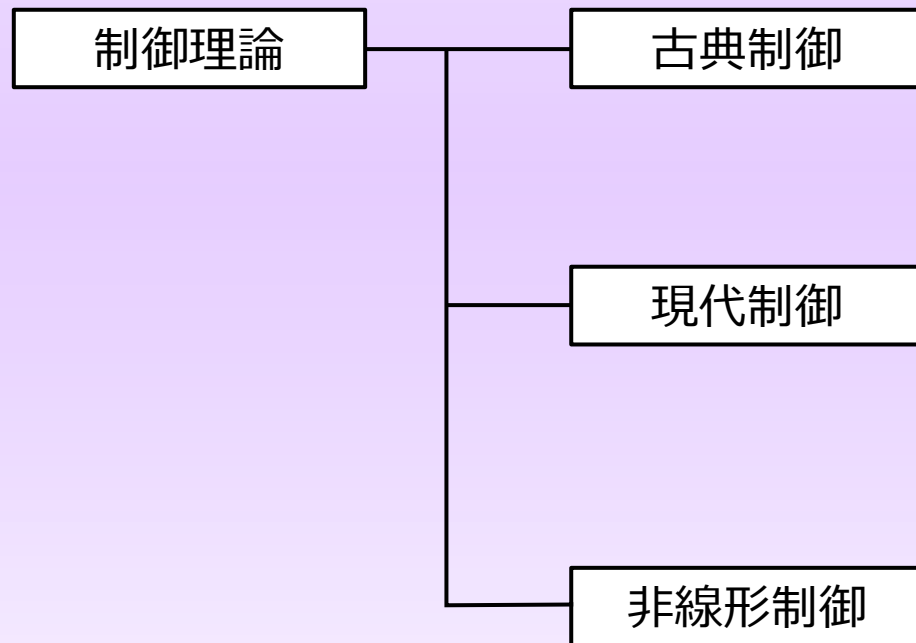
- 制御対象のふるまいを、**入出力の関係に注目して考える**
 - 正弦波を入力としたとき、**振幅と周波数がどう変化するか**
 - 1入力1出力のシステムに用いられる



制御工学とは？

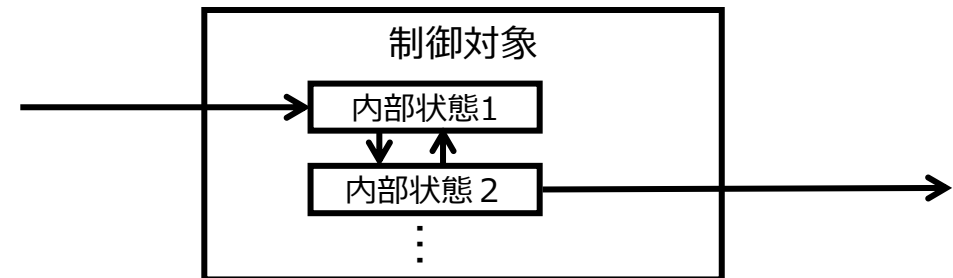
制御工学の基本的な考え方

- 制御理論の分類 … アプローチの仕方によって、下記のように大別される



状態空間表現を用いて制御対象を表現する

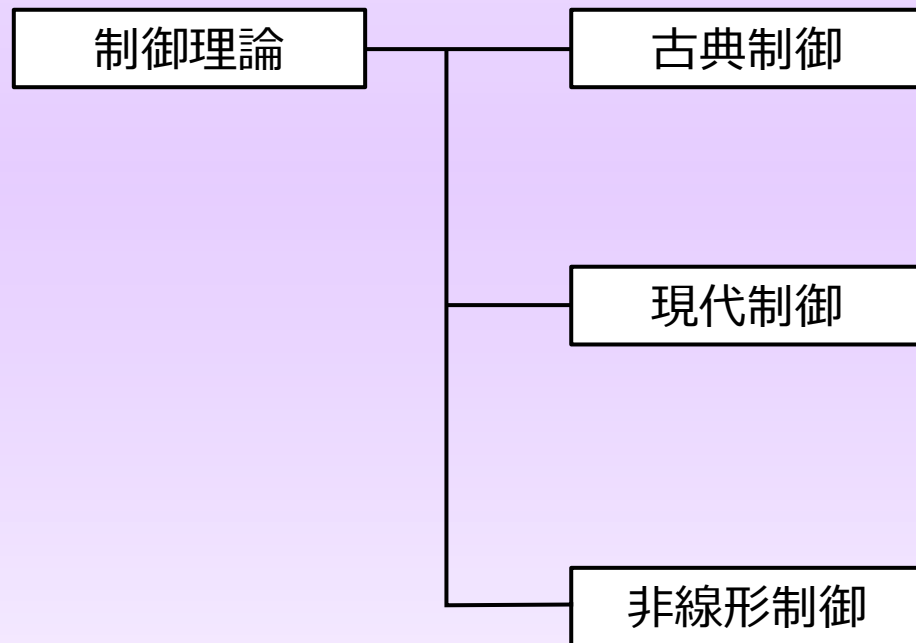
- 制御対象のふるまいを、**内部状態に注目して考える**
 - 入力を加えたとき、内部状態がどう変化して出力に影響するか
 - 多入力多出力のシステムを扱える



制御工学とは？

制御工学の基本的な考え方

- 制御理論の分類 … アプローチの仕方によって、下記のように大別される



非線形項※を残したまま、制御対象を表現する

- 制御対象のふるまいは **状態空間表現**を用いて表現する
 - 微分方程式に非線形な項を含むシステムを扱える
 - 現代制御同様、多入力多出力のシステムを扱える
 - 非線形な微分方程式では伝達関数が使えない
 - **古典制御や現代制御に比べて理論が難しい**

※ 非線形項: x^2 , $\sin(x)$ のように、1次関数の形でないもの

非線形項を含むような制御対象は多く存在するが、多くの場合、ある1点の近傍のみを考え、線形近似することで古典制御や現代制御を用いる



制御工学とは？

イメージがわからないと思うので、もうちょっと詳しく説明

微分方程式

- 変数の時間微分を含む方程式のこと

$$\frac{dx}{dt} = ax, \quad x(0) = 0$$

こんな感じの式

\dot{x} とも書かれる

- “一瞬後の未来に変数がどう動くか” を示している
- 例えば下記のような式が用いられる
 - ・ 運動方程式（並進/回転）
 - ・ 電気回路の関係式
 - ・ ナビエストークス方程式



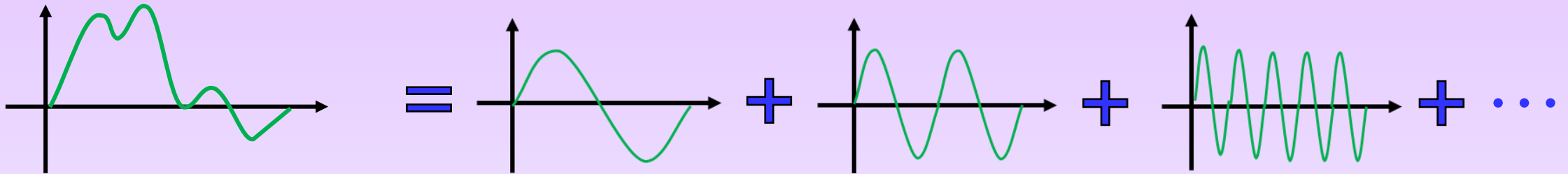
制御工学とは？

イメージがわからないと思うので、もうちょっと詳しく説明

伝達関数

- “すべての (連続な) 信号は様々な周期をもつ波 (三角関数) の重ね合わせで近似できる” という前提に基づいている

フーリエ級数展開



- 波の重ね合わせで表現できるということは、“どの周波数の波がどれくらい含まれているか？” がわかる

信号を周波数領域で表すことができる

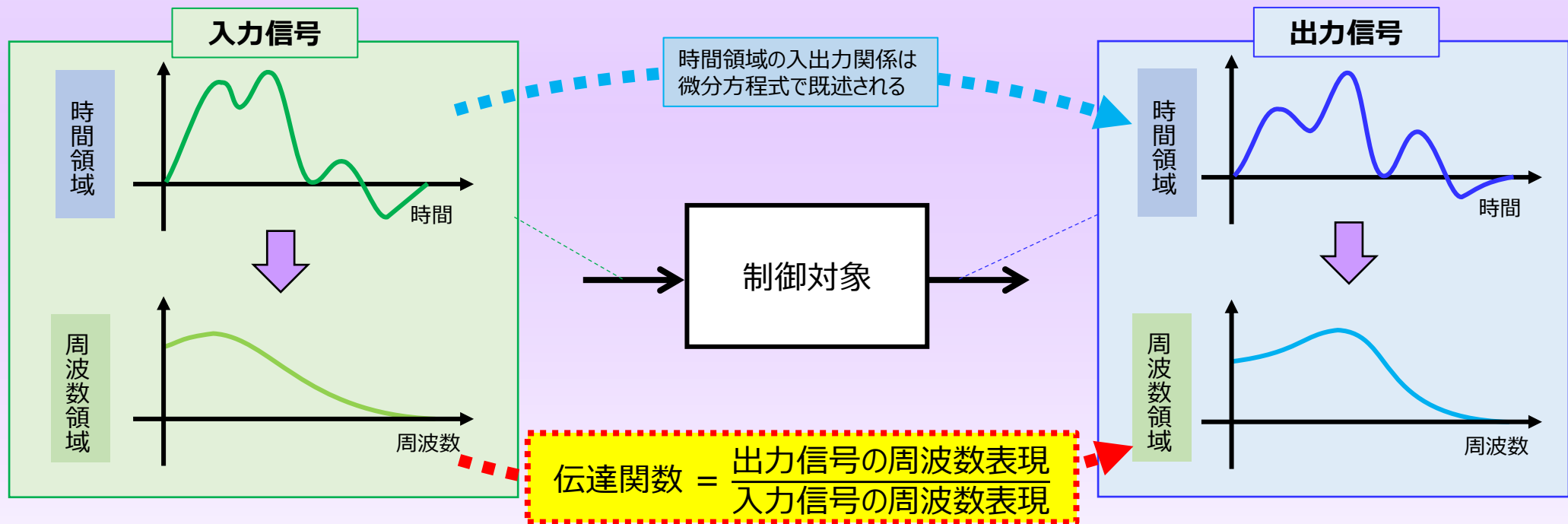


制御工学とは？

イメージがわからないと思うので、もうちょっと詳しく説明

伝達関数

- 周波数領域で考えると、伝達関数は“入出力の比”で考えられる



制御工学とは？

イメージがわからないと思うので、もうちょっと詳しく説明

状態空間表現

- 制御対象のふるまいを、下記の2つに分けて考える
 - 状態方程式 … 入力が内部状態にどう影響を与えるかを表す式
 - 出力方程式 … 内部状態がどう出力されるかを表す式

たとえば、右図のようなモデルを考える

- 滑車を用いておもりの位置を制御する
 - 入力: ロープを引く力 u
 - 出力: おもりの位置 x
 - おもりの質量: m
 - おもりの速度: v

おもりに関する運動方程式を立てると $m\dot{v} = u$
速度と位置の関係式 $\dot{x} = v$

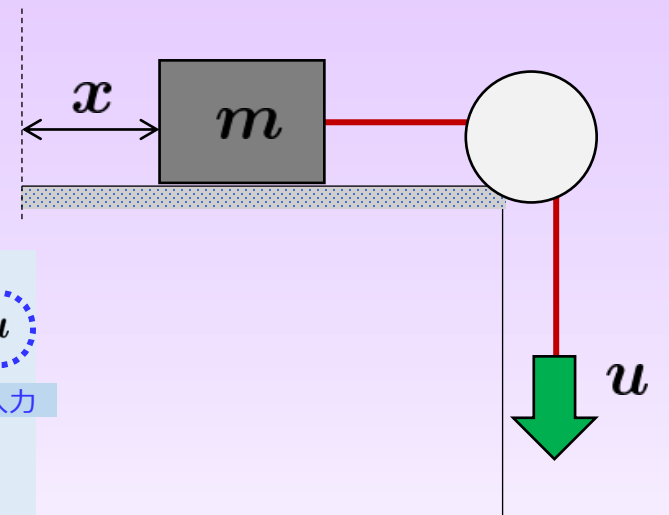


内部状態

$$\text{状態方程式 } \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} u$$

出力

$$\text{出力方程式 } y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix}$$



まとめ

- ◆ 制御工学とは対象を“狙い通りに動かす”ことを考える学問
- ◆ 制御対象の表現方法は大きく分けて2つ
 1. 伝達関数 … 周波数領域の入出力関係で表現
 2. 状態空間表現 … 内部状態を考慮し、状態方程式 / 出力方程式に分けて表現
- ◆ 真面目に勉強しようと思うと、少なくとも下記の知識が必要になります
 - 高校物理 (扱いたい制御対象によりますが)
 - 高校数学 (微分積分や三角関数、および行列計算も含むのでⅢCまで)
 - 線形代数 (大学1～2回生レベル)
 - フーリエ解析 (大学2～3回生レベル)



計算に便利な無料ツール

- ◆ Maxima <https://maxima.sourceforge.io/>
 - 手計算が面倒な代数方程式や, 微分方程式の計算に便利

- ◆ Scilab <https://www.scilab.org/>
 - 行列計算や数値シミュレーションに便利
 - モデル作成・シミュレーション機能もあるのでMBDの理解にも使える



参考図書

◆ フリーソフトで学ぶ線形制御, 川谷 亮治 著, 森北出版

- 定価 3960円
- この講義よりももう少し踏み込んだ内容
- Maxima や Scilab の使い方を実例を見ながら確認できる

